BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

SESSION 2014

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous épreuve E21 – Mathématiques
Épreuve obligatoire

Durée : 2 heures **coefficient : 2**

Calculatrice autorisée, *conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :*
« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à la page 4/4.

Exercice 1 (7 points)

Un lycée a été doté de postes informatiques et de logiciels.
Le proviseur envisage de transformer une salle de cours en salle informatique. Pour cela, le responsable du projet définit les tâches à réaliser avec leur durée.
Le tableau suivant regroupe l'ensemble de ces données.

Tâche à réaliser	Repère	Durée en jours	Tâches précédentes
Vider la salle de cours et démonter le matériel inutilisé.	A	2	–
Nettoyer et repeindre la salle.	B	4	A
Installer les tables et fixer un tableau.	C	1	B
Commander et réceptionner le matériel de câblage.	D	10	–
Déballer et contrôler le matériel de câblage livré.	E	1	D
Câbler la salle.	F	3	B, E
Installer et brancher les postes informatiques.	G	1	C, F
Installer les logiciels, configurer les postes et tester leur fonctionnement.	H	7	G

Le but de cet exercice est d'ordonner la réalisation de ces tâches de façon à ce que la salle soit disponible le plus rapidement possible.
On considère le graphe orienté correspondant aux conditions d'antériorité données par le tableau précédent.

1. Déterminer le niveau de chacun des sommets du graphe.
2. Donner le tableau des successeurs.
3. a) Construire le graphe d'ordonnancement du projet (selon la méthode P.E.R.T. ou M.P.M.)
   Déterminer pour chaque tâche les dates au plus tôt et au plus tard.
   b) En déduire le chemin critique et la durée minimale de réalisation du projet.
4. En fait, la réalisation de la tâche B a nécessité 10 jours au lieu de 4 car il a fallu enduire un mur et le laisser sécher avant de le peindre.
   Ce changement a-t-il une incidence sur la durée du projet ? Expliquer pourquoi.

Exercice 2 (5 points)

La loi de Moore, énoncée en 1975 par Gordon Moore, co-fondateur de la société *Intel*, prévoit que le nombre de transistors des micro-processeurs proposés à la vente au grand public double tous les 2 ans. Les micro-processeurs fabriqués en 1975 comportaient 9000 transistors.

Pour modéliser cette loi de Moore, on considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 9000$ et $u_{n+1} = 2u_n$ pour tout entier naturel n.

Un terme u_n de cette suite correspond au nombre de transistors prévus par la loi de Moore pour un micro-processeur fabriqué lors de l'année $1975 + 2n$.

1. Calculer u_1 et u_2 puis interpréter ces nombres.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

   Donner l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer le nombre de transistors prévus par la loi de Moore pour un micro-processeur fabriqué en 2001.
4. Selon ce modèle, à partir de quelle année les micro-processeurs intégreront-ils plus de 100 milliards de transistors ?

Exercice 3 (8 points)

Partie A

1. **a)** Décomposer le nombre 2014 en produit de facteurs premiers.

   b) En déduire la liste des diviseurs positifs de 2014.

2. Calculer le PGCD des nombres 2014 et 212. On note d ce PGCD.
   Déterminer l'entier p tel que : $2014 = p \times d$.

Partie B

Un jury de concours doit établir l'ordre de passage des 2014 candidats qui doivent passer une épreuve orale. Le président du jury envisage la procédure automatique décrite ci-après.

Tout d'abord, il classe les 2014 candidats par ordre alphabétique et attribue à chacun, en suivant cet ordre, un numéro allant de 1 à 2014. Ainsi, pour définir un ordre de passage à l'oral des candidats il suffit de dresser la liste des numéros des candidats qui seront appelés l'un après l'autre à passer l'épreuve orale.

Pour établir cette liste, le président du jury choisit un entier n compris entre 1 et 400, puis procède de la manière suivante :

- le premier numéro inscrit sur la liste est le nombre n ;
- le deuxième numéro inscrit sur la liste est le nombre $2n$;
- le troisième numéro inscrit est le nombre $3n$;
- de façon générale, pour obtenir chaque numéro inscrit à partir du deuxième, on ajoute n au numéro précédent et :
  - si la somme s obtenue est inférieure ou égale à 2014, le numéro inscrit est égal à cette somme s ;
  - sinon, le numéro inscrit est égal à $s - 2014$.

Par exemple, en choisissant la valeur $n = 257$, les premiers numéros inscrits sur la liste sont, dans l'ordre :

$$257 - 514 - 771 - 1028 - 1285 - 1542 - 1799 - 42 - 299 - 556 - \ldots - \text{etc.}$$

En effet :

- le premier numéro inscrit est $n = 257$;
- du 2^e numéro (égal à 514) au 7^e numéro (égal à 1799), on a ajouté 257 au numéro précédent puisque la somme ne dépassait pas 2014 ;
- le 8^e numéro inscrit est le numéro 42 car $1799 + 257 = 2056$ et, comme 2056 dépasse 2014, le numéro à inscrire est $2056 - 2014 = 42$.

Ainsi le candidat 257 passera en premier l'oral ; il sera suivi du candidat 514 et ainsi de suite.

Le président du jury se demande si cette procédure permet de convoquer tous les candidats, c'est-à-dire si la liste obtenue, en 2014 étapes, contient tous les nombres de 1 à 2014.

1. Dans cette question, le président du jury choisit $n = 212$.

a) Les 9 premiers numéros inscrits sont donc :

$$212 - 424 - 636 - 848 - 1060 - 1272 - 1484 - 1696 - 1908.$$

Donner la liste des 15 numéros suivants. La valeur $n = 212$ permet-elle de convoquer tous les candidats ?

b) Avec cette valeur de n, combien de numéros différents la liste comporte-t-elle ?

2. Dans cette question, le président du jury choisit $n = 38$.
Déterminer combien de numéros différents comporte la liste. Justifier la réponse. On pourra remarquer que 38 est un diviseur de 2014.

Partie C

D'après la partie B, il apparaît que, pour certaines valeurs de n, la procédure utilisée ne permet pas de convoquer tous les candidats, c'est-à-dire de constituer une liste comportant tous les nombres de 1 à 2014.

On admet le résultat suivant :
« Le nombre n choisi permet de former une liste complète comportant tous les numéros de 1 à 2014 dans le cas où le PGCD de 2014 et de n est égal à 1, et dans ce cas seulement ».

Ainsi, les nombres n permettant de convoquer tous les candidats sont les entiers n compris entre 1 et 400 qui sont premiers avec 2014.

1. Si $n = 15$, la procédure utilisée permet-elle de convoquer tous les candidats ?

2. Dans cette question, on cherche à déterminer le nombre d'entiers n, parmi ceux compris entre 1 et 400, qui permettent par la procédure utilisée de convoquer tous les candidats.

a) Donner le nombre de multiples de 2 non nuls, inférieurs ou égaux à 400.

b) Donner la liste des multiples **impairs** de 19, inférieurs ou égaux à 400.

c) Donner la liste des multiples **impairs** de 53, inférieurs ou égaux à 400.

d) En déduire le nombre d'entiers n qui ne permettent pas de convoquer tous les candidats, puis le nombre d'entiers n qui le permettent.