BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

Série : **SIO**

Épreuve : **Mathématiques**

Session 2014

Durée de l'épreuve : 2h

Coefficient : 2

PROPOSITION DE CORRIGÉ

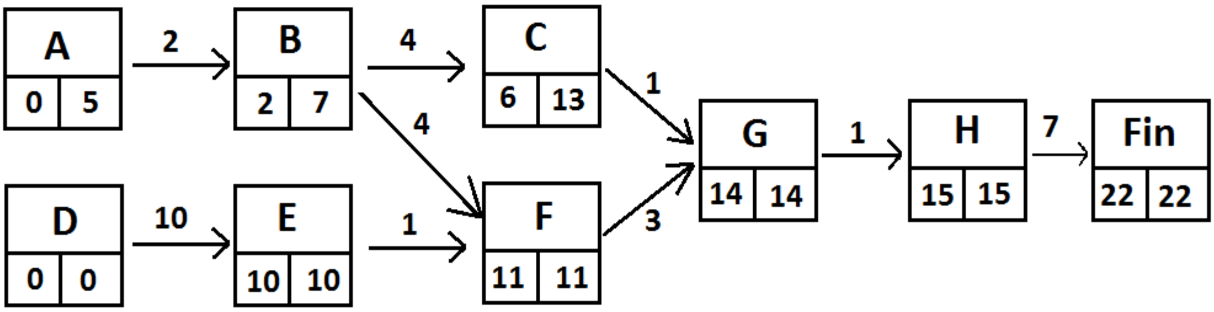
EXERCICE 1 :

1. Les sommets A et D n'ont pas de prédécesseur, ils sont donc de niveau 0. $_{\mathbf{0}} = \{\boldsymbol{A}, \boldsymbol{D}\}$.
Pour déterminer les sommets de niveau 1 : on barre les « A » et les « D » du tableau, les sommets B et E se retrouvent sans prédécesseurs. Ils sont donc de niveau 1. $\boldsymbol{N_1} = \{\boldsymbol{B}, \boldsymbol{E}\}$.
$_{\mathbf{2}} = \{\boldsymbol{C}, \boldsymbol{F}\}$. $_{\mathbf{3}} = \{\boldsymbol{G}\}$. $\boldsymbol{N_4} = \{\boldsymbol{H}\}$.

2.

Sommet	Successeurs
A	B
B	C, F
C	G
D	E
E	F
F	G
G	H
H	-

3. a)



b) Le chemin critique est $\mathbf{D} - \mathbf{E} - \mathbf{F} - \mathbf{G} - \mathbf{H}$. La durée minimale de réalisation du projet est de **22 jours**.

4. Ce changement **a une incidence** sur le projet, car avec cette nouvelle durée, la date au plus tôt de F serait de 12 (au lieu de 11) ce qui amènerait à une durée de totale de 23 jours.
Autrement dit : la marge totale de B est de 5 et il aurait fallu une marge totale de 6 jours.

Exercice 2 :

1. $u_1 = 2 \times 9\,000 = \boxed{18\,000}$. C'est le nombre de transistors pour un micro-processeur fabriqué en **1977**.

$u_1 = 2 \times 18\,000 = \boxed{36\,000}$. De même pour l'année **1979**.

2. La suite (u_n) est **géométrique** de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 9\,000$.
$u_n = u_0 \times q^n = \boxed{9\,000 \times 2^n}$

3. $1975 + 2 \times 13 = 2001$. Donc il s'agit de $u_{13} = 9\,000 \times 2^{13} = \boxed{73\,728\,000}$

4. On peut résoudre l'inéquation $u_n > 100\ 000\ 000\ 000 = 10^{11}$:

$$9\ 000 \times 2^n > 10^{11} \quad , \quad 2^n > \frac{10^{11}}{9\ 000} = \frac{10^8}{9} \quad , \quad n \ln 2 > \ln\left(\frac{10^8}{9}\right) \quad , \quad n > \frac{\ln\left(\frac{10^8}{9}\right)}{\ln 2} \approx 23{,}4$$

Donc à partir de l'année de rang $n_0 = 24$, c'est-à-dire en $1975 + 2 \times 24 = \boxed{2023}$.

Exercice 3 :

Partie A

1. a) $2014 = \boxed{2 \times 19 \times 53}$.

b) 1, 2, 19, 38, 53, 106, 1007, 2014

2. $\mathrm{PGCD}(2014, 212) = \boxed{106}$.

Partie B

1. a) Les 15 numéros suivants : 106 – 318 – 530 – 742 – 954 – 1166 – 1378 – 1590 – 1802 – 2014 – 212 – 424 – 636 – 848 – 1060.

La valeur $n = 212$ **ne permet pas** de convoquer tous les candidats, en effet on obtient toujours le même cycle de 19 valeurs à chaque tour.

b) Avec cette valeur de n, le nombre de numéros différents obtenus est : **19**.

2. $2014 = 38 \times 53$. Ainsi en choisissant $n = 38$, la liste contiendra **53 numéros**.

Partie C

1. $\mathrm{PGCD}(2014{,}15) = 1$. La procédure **permet de convoquer** tous les candidats avec $n = 15$.

2. a) Il y a **200** multiples de 2 non nuls inférieurs ou égaux à 400.

b) 19 – 57 – 95 – 133 – 171 – 209 – 247 – 285 – 323 – 361 – 399.

c) 53 – 159 – 265 – 371.

d) Le nombre d'entiers n qui ne permettent pas de convoquer tous les candidats est égal à la somme du nombre de multiples non nuls, inférieurs ou égaux à 400, de 2, 19 et 53 (qui sont les diviseurs premiers de 2014).

Il y en a : $200 + 11 + 4 = \boxed{215}$

Il y a donc $400 - 215 = \boxed{185}$ entiers n qui permettent de convoquer tous les candidats.