

**EF2 : MATHÉMATIQUES II**

Durée : 1 heure

Coefficient : 1

**ÉPREUVE FACULTATIVE**

—— Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices. ——

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

—— Le formulaire officiel de mathématique est joint au sujet. ——

**EXERCICE N° 1****(10 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (-x + 3)e^{-x}$ .

Le plan est rapporté à un repère orthonormal et on note  $C$  la courbe représentative de  $f$ .

1°) À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale  $\int_0^2 (-x + 3)e^{-x} dx$ .

2°) a) Écrire les développements limités d'ordre 2 au voisinage de zéro de la fonction  $x \rightarrow e^{-x}$  et de la fonction  $f$ .

b) On admet qu'une équation de la tangente ( $T$ ) à la courbe  $C$  au point d'abscisse 0 est

$$y = -4x + 3.$$

Déduire de la question précédente la position relative de la tangente ( $T$ ) et de la courbe  $C$  au voisinage du point d'abscisse 0.

**EXERCICE N° 2**

**(10 points)**

Un technicien en maintenance a étudié le temps de bon fonctionnement de machines d'un type donné. La moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF) est de 1 000 heures.

On admet que la variable aléatoire  $X$ , qui, à toute machine de ce type, prise au hasard, associe sa durée de vie  $t$  exprimée en heures, suit une loi exponentielle.

On désigne par  $R$  la fonction de fiabilité correspondante.

*Les résultats demandés seront donnés sous forme de valeurs décimales arrondies à  $10^{-3}$ .*

- 1°) Déterminer l'écart type  $\sigma$  de  $X$ .  
En déduire l'expression de  $R(t)$  en fonction de  $t$ .
- 2°) On choisit au hasard une machine du type considéré.
  - a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :  
  
la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 800 premières heures d'utilisation ;  
la machine a eu une défaillance au cours des 900 premières heures d'utilisation.
  - b) Soit  $A$  l'événement : « la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 800 premières heures d'utilisation ».  
Soit  $B$  l'événement : « la machine n'a pas eu de défaillance au cours des 1100 premières heures d'utilisation ».
    - Déterminer l'événement  $A \cap B$ .
    - Montrer que la probabilité pour que la machine n'ait pas eu de défaillance pendant les 1100 premières heures d'utilisation, sachant qu'elle n'en a pas eu au cours des 800 premières est approximativement 0,741.