

EF2 : MATHÉMATIQUES II

Durée : 1 heure

Coefficient : 1

ÉPREUVE FACULTATIVE

—— Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices. ——

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

—— Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet. ——

EXERCICE N° 1

(10 points)

On se propose de résoudre sur $[0, +\infty[$ l'équation différentielle (E) : $(2x+1)y' - 2y = \frac{(2x+1)^2}{x+1}$.

- 1) Donner toutes les solutions de l'équation homogène associée à (E) : $(2x+1)y' - 2y = 0$.
- 2) Montrer que la fonction f , définie par $f(x) = (2x+1)\ln(x+1)$ est une solution particulière de (E).
- 3) Dédurre des questions précédentes toutes les solutions de (E).
- 4)
 - a) Effectuer un développement limité d'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction f . On l'écrira sous la forme $f(x) = p(x) + x^3\varepsilon(x)$, avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$.

- b) On admet que $K = \int_0^{0,3} p(x) dx$ est une bonne valeur approchée de l'intégrale $\int_0^{0,3} f(x) dx$.

Calculer la valeur exacte de K .

EXERCICE N° 2

(10 points)

Une entreprise de chemins de fer a demandé à 100 de ses clients, pris au hasard, le prix du billet en leur possession, afin d'évaluer le prix moyen m du billet pour l'ensemble de tous ses clients (on suppose qu'ils sont assez nombreux pour qu'on puisse assimiler l'interrogation de chaque client à un tirage avec remise).

On a regroupé les résultats, par classes, dans le tableau suivant :

Prix (en F)	[0 ; 200[[200 ; 400[[400 ; 600[[600 ; 800[[800 ; 1000[[1000 ; 1200[
Nb de clients	7	22	35	20	12	4

Pour les calculs d'écart type demandés aux questions 1) et 2), on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

- 1)
 - a) Calculer la moyenne m_e et l'écart type σ_e de cet échantillon (on suppose que, pour chaque classe, tous les prix sont situés au centre de cette classe).
 - b) Donner une estimation ponctuelle du prix moyen m du billet et de son écart type σ .
- 2)
 - a) En utilisant les estimations ponctuelles précédentes, donner un intervalle de confiance de m au seuil de confiance de 95 %. On donnera, pour les bornes de cet intervalle, les valeurs décimales arrondies à 10^{-1} près.
 - b) m est-il forcément dans l'intervalle précédent ?