

EF2 : MATHÉMATIQUES
II

Durée : 1 heure

Coefficient : 1

ÉPREUVE FACULTATIVE

Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le formulaire officiel de mathématique est joint au sujet.

EXERCICE N° 1

(10 points)

On considère l'équation différentielle

$$(E) : (x+2) y' + (x+1) y = -e^{-x}$$

où x est une variable réelle positive, y est une fonction définie et dérivable sur $[0, +\infty[$ et y' est sa fonction dérivée.

1) On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$, $x \in [0, +\infty[$.

a) Montrer que $g(x)$ peut s'écrire sous la forme $g(x) = 1 - \frac{1}{x+2}$.

b) En déduire une primitive G de g sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

c) Résoudre l'équation : (E') : $(x+2) y' + (x+1) y = 0$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

On montrera que les solutions de (E') peuvent s'écrire sous la forme $y = C(x+2)e^{-x}$ où C est une constante réelle.

2) Montrer que la fonction φ définie par $\varphi(x) = e^{-x}$ est une solution particulière de (E) .

3) Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (E) .

EXERCICE N° 2

(10 points)

**Toutes les probabilités demandées seront données sous leur forme exacte,
puis sous leur forme approchée décimale arrondie à 10^{-2} près.**

On considère deux variables aléatoires T_1 et T_2 prenant pour valeurs les durées de vie en heures de deux composants de types A et B.

T_1 suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_1 = 0,0011$

T_2 suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_2 = 0,0008$.

On supposera que les pannes des différents composants sont indépendantes les unes des autres.

- 1) Quelle est la probabilité qu'un composant de type A soit encore en état de marche après 1000h de fonctionnement ? Même question pour un composant de type B.
- 2) Déterminer à partir de combien d'heures 70% des composants de type A auront eu leur première défaillance.
- 3) Pour essayer d'améliorer la fiabilité, on associe deux composants de type A en parallèle : quelle est la probabilité qu'un tel système connaisse sa première panne avant 1000h de fonctionnement ?
- 4) On constitue un système associant en série un composant de type A et un composant de type B. Quelle est la probabilité que ce système fonctionne encore au-delà de 1000h ?