CORRIGE DU SUJET : A BTS INFORMATIQUE DE GESTION SESSION 2002
EPREUVE DE MATHEMATIQUES EF2

	Question	Correction	Barème proposé
Exercice I			
	1)a)	$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon_1(x)$ avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon_1(x) = 0$ (l'ordre 1 suffirait). On en déduit : $f(x) = (x+3)\left(x - \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon_1(x)\right)$ $= x^2 + 3x - \frac{3}{2}x^2 + x^2\varepsilon(x)$, avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon(x) = 0$ $= \underbrace{3x - \frac{1}{2}x^2}_{p(x)} + x^2\varepsilon(x)$, avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon(x) = 0$.	2
	1)b)	L'équation cherchée de la tangente correspond à la partie d'ordre 1 du développement précédent et est donc : $y = 3x$. La position de cette tangente par rapport à la courbe est donnée par le signe de la différence $f(x) - 3x$, c'est-à-dire en utilisant le développement précédent, le signe de $-\frac{1}{2}x^2$. Au voisinage de l'origine, la tangente est toujours au-dessus de la courbe.	3
	2)a)	Posons, pour le calcul de I : $\begin{cases} u(t) = \ln t \\ v'(t) = 2+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(t) = \frac{1}{t} \\ v(t) = 2t + \frac{1}{2}t^2 \end{cases}$, on obtient : $\mathrm{I} = \left[\left(2t + \frac{1}{2}t^2\right)\times \ln t\right]_1^2 - \int_1^2 \left(2 + \frac{t}{2}\right)\mathrm{d}t = \left[\left(2t + \frac{1}{2}t^2\right)\times \ln t - 2t - \frac{1}{4}t^2\right]_1^2$. On trouve $\mathrm{I} = 6\ln 2 - \frac{11}{4}$.	2,5
	2)b)	Avec $t = 1 + x$, on a : $\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$ et $3 + x = 2 + t$. Si $x = 0$, $t = 1$. Si $x = 1$, $t = 2$. On a finalement J = I = $6\ln 2 - \frac{11}{4}$.	2,5
Exercice II			
	1)a)	La solution générale de (E) est donc : $y = k \times \mathrm{e}^{\left(-\frac{3}{10^4}\right)t} = k\times \mathrm{e}^{(-0{,}0003\,t)}$ où k est une constante réelle quelconque.	2
	1)b)	Pour $t = 0$, $y = k$ donc $k = 1$. L'unique solution cherchée est donc la fonction définie par $f(t) = \mathrm{e}^{(-0{,}0003\,t)}$.	1
	2)a)	La MTBF est $\frac{1}{\lambda}$, avec ici $\lambda = 0{,}0003$. La MTBF est donc égale à $\frac{10000}{3}$, c'est-à-dire à 3333 pour sa valeur arrondire à l'unité près.	2
	2)b)	La valeur demandée est $1 - f(200) = 1 - \mathrm{e}^{-0{,}0003\times 200} = 0{,}058$.	2
	2)c)	$\mathrm{e}^{(-0{,}0003\,t)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}0003} = 2310$ (valeur décimale arrondie à l'heure près). La probabilité pour que l'appareil soit encore en marche au bout de 2310 heures est égale à 0,5.	3